Claudine Rasplus

La construction du nombre

En quoi les jeux mathématiques peuvent-ils être des moyens permettant aux élèves de cycle II de construire le nombre ?

CAFIPEMF - Session 2009-2010

Sommaire

I – Introduction

Le nombre apparaît tôt dans le langage du jeune enfant, notamment dans la récitation de la suite des nombres, pour dire son âge en y associant parfois le nombre de doigts correspondant. Le nombre est autour de lui à travers de multiples usages : numérotation téléphonique ou de rues, nombre de jours ou d'années par exemple.

Enseignante en CP depuis de nombreuses années, j'ai pu constater que les élèves parvenaient au CP avec, dans le domaine numérique, des connaissances très différentes. Certains élèves sont en effet capables de dire la comptine jusqu'à 100 quand d'autres dépassent difficilement 15. La capacité de dénombrement d'une collection directement corrélée à cette connaissance de la suite numérique, présente elle aussi des différences importantes entre les élèves.

D'autre part, lors de conseils de cycle portant sur les résultats des évaluations de CE1 et de CM2 nous avons pu constater que des difficultés dans les techniques opératoires ou la résolution de problèmes trouvaient souvent leur origine dans une méconnaissance du nombre. Ce constat a fait naître l'idée qu'un élève qui réussit en mathématiques est un élève qui a construit solidement la notion de nombre et qui est capable d'agir sur et avec le nombre, avec une grande habileté.

Si de plus, on écoute chacun raconter son expérience des mathématiques, deux profils se dessinent ceux que les mathématiques ont toujours réjouis et ceux pour qui ce domaine d'apprentissage fut toujours pavé de difficultés parfois insurmontables, laissant à penser que seuls certains avaient la possibilité d'en comprendre les mystères.

Les difficultés rencontrées par tous ceux, en particulier les élèves, que les mathématiques ont rebutés, ceux pour lesquels les nombres, les calculs étaient synonymes d'épreuves, de langage incompréhensible m'a fait chercher des manières de donner à chaque élève les moyens de construire le nombre afin de pouvoir relever les défis des apprentissages futurs sans en avoir peur. La complexité du langage mathématique m'a fait envisager les jeux mathématiques comme autant de moyens pouvant permettre à l'enfant de construire le nombre. Dans un premier temps, je tenterai de définir le nombre et de l'envisager à travers les programmes de l'école, puis je m'attacherai à préciser la notion de jeux mathématiques et enfin à décrire l'expérience que j'ai menée en classe de CP.

II - Le nombre

1 – Définitions

Avant de chercher à étudier les moyens qui peuvent être mis à la disposition des élèves afin qu'ils construisent la notion de nombre, essayons de définir le mot nombre.

Dans le Littré, le nombre est défini comme « l'unité, une collection d'unités, les parties de l'unité» avec la précision supplémentaire : « les chiffres servent à écrire les nombres », un peu plus loin on y distingue nombre cardinal : « tout nombre qui sert à marquer la quantité » et nombre ordinal : « tout nombre qui sert à marquer l'ordre comme premier, second, etc. ». Dans le Larousse le nombre est, en mathématiques, « une notion qui permet de dénombrer, de classer les objets ou de mesurer des longueurs et qui est représentée par des chiffres ». Sur internet, Wikipédia en donne la définition suivante « un nombre est un concept permettant d'évaluer et de comparer des quantités ou des rapports de grandeurs, mais aussi d'ordonner des éléments par une numérotation. Souvent écrits à l'aide d'un ou plusieurs chiffres, les nombres interagissent par le biais d'opérations qui sont résumées par des règles de calcul». Le nombre est là envisagé dans ses fonctions de calcul.

Dans le dictionnaire des nombres de Bouvier[1] on rappelle que le nombre, chez les Grecs, s'identifiait à une quantité, la mesure d'une aire, d'un segment ou d'un volume avant d'être défini comme étant « un élément d'un ensemble particulier satisfaisant certains axiomes précis».

Le nombre est donc un outil pour marquer la quantité ou l'ordre, il est un langage utilisant des chiffres, un objet permettant le calcul.

L'histoire des nombres, qui se déroule sur plus de 2000 ans, ne nous raconte pas autre chose. Aux premiers pas de l'humanité, le nombre est utilisé pour répondre à la question «combien», les nombres sont au départ de petits nombres. Tant que les collections ne dépassaient pas les dix doigts des mains, l'homme a été capable de les distinguer et de donner un nom à chacun. Longtemps le corps a suffi à dire le nombre. Des traces sur des os ou de la pierre permettaient de garder en mémoire la quantité. Ces traces ont été remplacées par des objets comme les cailloux, les calculi, des coquillages chez les Mayas, des nœuds sur des cordes puis des signes tracés sur de l'argile ou du bois.

---

[1] Dictionnaire des mathématiques, Bouvier et al. (1983)

Du fait des progrès intellectuels, les hommes, après l'avoir représenté, ont commencé à utiliser le nombre pour calculer, l'addition d'abord puis la multiplication, compter, ranger, ordonner.

L'enfant d'aujourd'hui doit s'approprier « un logiciel tout construit avec son lexique, sa syntaxe, ses algorithmes, en utilisant les moyens logiques et symboliques dont il dispose »[2] .

Si l'histoire du nombre est étalée dans le temps, l'apprentissage de l'enfant se fait en quelques années, à travers des activités souvent contraignantes et peu motivantes. La conquête du nombre chez l'enfant suit un processus qui n'est pas sans rappeler l'histoire, l'enfant devra en effet passer du dénombrement à l'utilisation du nombre comme outil de calcul. C'est le chemin de l'enfant au nombre que nous allons évoquer maintenant.

2 – L'enfant et le nombre

La construction du nombre est une œuvre de longue haleine qui commence par la connaissance de la suite numérique et se poursuit par l'étude progressive des propriétés des nombres.

Dès la naissance, il existe une représentation de la numérosité (terme utilisé par Michel Fayol). Le bébé, dès 10-12 mois, serait en effet capable de distinguer numériquement des petites collections de 2 à 3 objets. Les travaux de Piaget montrent que dès 10-12 mois le bébé est capable d'ordination, il peut ranger du plus petit au plus grand trois plots, et il est capable de distinguer le cardinal d'une collection. Dès qu'il sait parler, l'enfant utilise des mots nombres et c'est à partir du moment où les chiffres sont dits dans la vie quotidienne que débute la construction du nombre.

Dès 2 ans, l'enfant *subitize*[3] des petites collections de 2 à 3 objets, il les reconnaît sans les compter. Il doit ensuite apprendre à dénombrer correctement et à le faire sur demande avant de se servir du dénombrement pour quantifier et faire des calculs. Ce long apprentissage n'est maîtrisé que vers 7-8 ans.

[2] La conquête du nombre chez l'enfant, Bideaud (2004)

[3] Subitize : perçoit globalement une quantité sans recours au comptage. Conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant, Bideaud, 2004.

Si Gelman[4] attribue au comptage un rôle prépondérant dans la conceptualisation du nombre avançant que, dans cet apprentissage du comptage, les jeunes enfants seraient guidés par cinq « principes» de base qui les aident à utiliser les éléments de l'environnement :

1) Principe de correspondance terme à terme
2) Principe de suite stable
3) Principe de cardinalité : le dernier terme annoncé représente le nombre total d'éléments
4) Principe d'abstraction : on peut compter un ensemble hétérogène ou homogène d'objets
5) Principe de non pertinence de l'ordre : l'ordre dans lequel les objets sont comptés est sans importance à condition de respecter le premier principe.

Fuson[5], quant à lui, considère que le comptage est une activité culturelle visant à faire correspondre à un « objet compté » un « objet comptant » le mot-nombre. L'enfant immergé dans différents contextes d'utilisation du nombre par l'adulte va les utiliser et les déchiffrer, guidé par son apprentissage de la chaîne numérique. Cet apprentissage se fait selon cinq niveaux décrits par Fuson. Le premier niveau est le niveau chapelet où les mots-nombres sont égrenés sans individualité et donc sans signification arithmétique, puis vient le niveau « chaîne insécable », les mots sont alors individualisés mais l'enfant ne peut compter qu'à partir de 1, le niveau suivant est celui de «la « chaîne sécable », l'enfant est alors capable de compter à partir d'un autre nombre que 1 et d'un nombre à un autre, au niveau suivant l'élève peut compter à rebours et énoncer le nombre qui vient avant un nombre donné, ce niveau est celui de la chaîne dénombrable et unitaire, le dernier niveau est celui de la « chaîne terminale », les nombres ne sont alors plus seulement produits, ils sont traités comme des éléments distincts.

Brissiaud (2003) distingue le « comptage numérotage » et le « comptage dénombrement ». Cette transition nécessite une compréhension de la cardinalité du nombre. Il distingue deux niveaux dans la compréhension de la cardinalité, au premier niveau l'enfant comprend que le dernier mot nombre prononcé est à la fois un numéro et qu'il représente tous les objets comptés, au second niveau celui de cardinal inclus, l'enfant comprend que dans une collection de n éléments il y a aussi 1, 2, 3 …, n-2, n-1, n éléments. Cette compréhension est nécessaire à la réalisation d'opérations mathématiques.

La quantification des petites collections est nécessaire au développement de la construction de la chaîne numérique qui conduit aux premiers calculs arithmétiques. Les activités de quantification font du nombre un outil de quantification exacte. Mais la construction du nombre ne s'arrête pas là,

[4] L'enfant et le nombre, Fayol, 1990, p39

[5] L'enfant et le nombre, Fayol, 1990, p 66

elle continue avec l’évolution chez l’enfant des stratégies de calcul, de la résolution de problèmes enfin de constructions plus complexes (nombres relatifs par exemple).

Les constructions cognitives prennent appui sur des connaissances antérieures mais des ruptures s’opèrent tout au long du développement numérique.

Papert (1990) dit que pour apprendre à construire le nombre, l’important n’est pas tant pour l’enfant de savoir ce qu’est le nombre mais d’apprendre à en faire quelque chose, « ne vous souciez pas de ce qu’est un nombre mais de ce que vous pouvez en faire». Cet apprentissage va s’appuyer d’une part sur la quantification et d’autre part sur les outils que l’environnement va le conduire à créer.

Si l’environnement permet à l’enfant d’accéder à certaines connaissances sur le nombre c’est à l’école que ce savoir se développe et que le nombre se construit.

3 – Le nombre dans les programmes

Dans le cadre scolaire, l’enfant doit apprendre qu’un nombre a plusieurs représentations et qu’il faut savoir passer d’une représentation à une autre, il doit comprendre le fonctionnement de notre numération décimale. L’école doit, en outre, lui permettre de comprendre que les nombres sont liés les uns aux autres et qu’ils permettent de résoudre des problèmes.

Au cours du temps, les programmes scolaires ont évolué en réponse aux recherches menées en psychologie sur les apprentissages des enfants.

Ainsi les programmes du CP de 1945 précisent que les nombres sont étudiés de 1 à 100, les uns après les autres en relation avec le précédent. Ce travail de découverte de chaque nombre se fait à travers des collections d’objets, le but est d’écrire le nombre et d’en rechercher les décompositions. Le principe décimal de la numération n’est pas étudié, il est présenté lors de la découverte du nombre 10. Les élèves sont mis en position d’imiter, reproduire et répéter. La grande section de maternelle est alors une sorte d’« avant première » du CP. On s’y limite à l’étude des cinquante premiers nombres.

À partir de 1970, les travaux de Piaget ayant montré le rôle de l’action dans les apprentissages, les programmes évoluent en soulignant l’importance de la manipulation dans la construction des savoirs mathématiques. Le rôle de l’école maternelle est de permettre l’acquisition par les élèves de pré-requis à l’étude des nombres. Ces acquisitions sont possibles grâce à des activités de classement, rangement, correspondance terme à terme. Dès le CP c’est la notion de nombre naturel qui est étudiée. Le nombre est alors conçu comme « cardinal d'ensembles finis ». Ces programmes précisent « (…) la notion de nombre naturel comme propriété d'un ensemble apparaîtra dans la mesure où l'on pourra établir une mise en correspondance terme à terme entre ensemble. (…) L'emploi systématique de la correspondance terme à terme permet de classer les ensembles et d'attribuer à chaque classe un nombre, ainsi la classe de tous les ensembles qui ont autant d'objets que l'on a de doigts dans une main définit le nombre naturel cinq ». Ces programmes soulignent l'importance de travailler les notions « autant que, plus que, moins que ».

Dans les programmes de 2002, les acquis antérieurs des élèves sont pris en compte. On y précise en effet que « l'ensemble de ces apprentissages prend appui sur les expériences conduites à l'école maternelle et sur les acquis auxquels elles ont donné lieu». Ces programmes visent deux objets prioritaires : la compréhension du nombre et le calcul mental, sans oublier l'utilisation du nombre pour résoudre des problèmes. On y précise qu'«afin d'éviter les difficultés rencontrées par les élèves de cycle II pour se représenter des situations décrites dans un texte, les questions peuvent être posées dans le cadre de jeux ou de manipulations effectivement réalisées avec des objets ». Comme dans les programmes précédents la manipulation joue un rôle dans les apprentissages mathématiques. Elle est jugée primordiale avec une réserve: l'activité mathématique ne doit pas se résoudre à la manipulation. Les questions qu'elle suggère et l'activité intellectuelle des élèves, une fois le matériel rangé, sont les plus importantes.

Dans les programmes de 2008, les fonctions cardinale et ordinale du nombre sont étudiées dès la maternelle. L'enseignant assure cette prise de conscience par des questions, des commentaires et l'utilisation d'un langage juste. Les nombres y sont étudiés au travers de situations dans lesquelles ils ont du sens. Les élèves, en fin de maternelle, connaissent la suite numérique jusqu'à 30. En CP c'est la numération décimale jusqu'à 100 qui est étudiée, en CE1 cet apprentissage se prolonge jusqu'à 1000.

« La connaissance des nombres et le calcul sont les objectifs prioritaires du CP et CE1 ». Ces programmes reprennent les idées de 2002, faisant du calcul mental une activité quotidienne. Une différence apparaît, la résolution de problèmes doit permettre de construire le sens des opérations. L'importance d'associer sens et mécanismes étudiés est soulignée par « l'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification».

L’importance de la connaissance des nombres et du calcul est rappelée dans le premier palier du socle commun. Six compétences y rappellent ce dont un élève doit être capable à la fin du CE1 :

1) écrire, nommer, comparer, ranger les nombres entiers naturels inférieurs à 1000 ;
2) calculer : addition, soustraction, multiplication ;
3) diviser par 2 et par 5 des nombres entiers inférieurs à 100 (dans le cas d’un quotient exact et entier)
4) restituer et utiliser les tables d’addition et de multiplication par 2, 3, 4 et 5 ;
5) calculer mentalement en utilisant des additions, des soustractions et des multiplications simples ;
6) résoudre des problèmes très simples.

Ces compétences montrent le chemin de ce qu’il convient de travailler avec les élèves pour que chacun construise la notion de nombre. Les fonctions ordinale et cardinale du nombre sont envisagées dans leur complémentarité, ainsi que le nombre comme objet de calcul et comme outil de résolution de problèmes. Ces différents apprentissages ne peuvent se faire sans que l’enfant manipule. Ces manipulations, comme le précisaient les programmes de 2002, peuvent avoir lieu dans le cadre de jeux mathématiques, notion qu’il convient d’éclairer.

III - Les jeux mathématiques et le nombre

1 – Définitions

Le jeu est défini dans le Littré comme « un amusement soumis à des règles où il s'agit de se divertir sans qu'il n'y ait aucun enjeu ». Le dictionnaire Larousse reprend l'idée du divertissement à laquelle il ajoute la notion de liberté « activité non imposée à laquelle on s'adonne pour se divertir ».

Les différents chercheurs qui ont essayé de définir le jeu reprennent les termes utilisés par les linguistes, « le jeu y est libre et sans but ». Ainsi Lalande en 1968 dit du jeu qu'il s'agit « d'une dépense d'activités physiques ou mentales qui n'a pas de but immédiatement utile, ni même de but défini et dont la seule raison d'être, pour la conscience de celui qui s'y livre, est le plaisir même qu'il y trouve ». Et Caillois ne dit pas autre chose quand il précise que le jeu entraîne une atmosphère de délassement, qu'il repose et amuse; le jeu précise-t-il est une activité sans contrainte sans conséquence pour la vie réelle, il s'oppose en cela au travail et au sérieux.

Toutes les définitions concourent donc à dire que le jeu est une source de plaisir ne visant aucun but et soumis à ses propres règles. Le jeu s'organise autour de six critères selon Caillois; il est libre, en particulier concernant le choix de l'engagement dans le jeu, il est séparé en ce qu'il est limité dans le temps et dans l'espace, il est incertain puisque le résultat n'est pas connu d'avance, il est improductif car il ne produit aucune richesse, il est réglé car soumis à des règles, il est enfin fictif puisqu'il installe une autre réalité le temps de sa durée.

L'opposition travail et jeu semble devoir tenir ce dernier loin de l'école. Ce serait ignorer l'immense diversité des jeux auxquels l'individu peut être confronté. Il convient en effet de distinguer jeu libre et jeu éducatif. Le jeu libre se définit comme l'ensemble des jeux d'imitation, de rôle dans lesquels l'individu se fait autre, s'invente un personnage. Les jeux éducatifs sont des activités qui conjuguent forme ludique et forme éducative. J. Piaget faisait une distinction similaire quand il parlait de jeux fictifs et de jeux à règles.

En raison de son caractère libre et gratuit, le jeu ne semble pas avoir sa place dans les apprentissages à l'école, or il ne faut pas oublier que chaque jeu renforce le pouvoir physique ou intellectuel de celui qui le pratique et « le jeu introduit à la vie » selon Caillois[6], en cela il a sans doute dans le domaine scolaire, un rôle à jouer.

[6] Des jeux et des hommes, Caillois, Folio

2 – La légitimité du jeu à l'école

Si Platon reconnaissait le caractère éducatif du jeu, c'est au cours du XX^{ème} siècle que son rôle dans le développement de l'enfant a été reconnu. Cette importance lui a donné une place essentielle à l'école maternelle. Dans ce cadre, il permet de multiples expériences motrices, sensorielles, intellectuelles et affectives, il est le point de départ de situations didactiques, et permet de nombreux apprentissages. Leur utilisation est pleinement justifiée en mathématiques comme le rappellent les programmes de l'école maternelle : « dès le début, les nombres sont utilisés dans des situations où ils ont un sens et constituent le moyen le plus efficace pour parvenir au but : jeux, activités de classe […] », le jeu est alors considéré comme une situation donnant du sens aux nombres. Un peu plus loin, concernant la suite écrite des nombres, « la suite écrite des nombres est introduite dans des situations concrètes (avec le calendrier par exemple) ou des jeux (déplacements sur une piste portant des indications chiffrées) ». Néanmoins, passée l'école maternelle, il se fait souvent plus rare dans les apprentissages comme si les années passant il y était moins légitime.

Le jeu, qui fait partie de notre société, est une transposition du monde, une modélisation, en cela il permet de le comprendre, de s'y faire une place. Il accroît la capacité de surmonter des obstacles ou de faire face aux difficultés. Il permet d'apprendre, exigeant en outre du joueur, attention, intelligence et résistance nerveuse. Autant de qualités indispensables à l'école et que les apprentissages scolaires veulent développer.

L'élève, qui entre en jeu, est obligé de s'en approprier les règles et de les respecter. Il développe ainsi des apprentissages sociaux et civiques qui font partie du premier palier du socle commun : « L'enfant est capable de pratiquer un jeu ou un sport collectif en en respectant les règles ». L'élève qui participe à un jeu collectif développe sa capacité à « respecter les autres et les règles de vie collectives » et à « écouter pour comprendre, interroger, répéter, réaliser un travail ou une activité », deux autres compétences du premier palier du socle commun.

Du fait de son rôle socialisateur, le jeu a une place légitime à l'école. Il permet aussi de renforcer l'attention grâce à la motivation que le gain de la partie génère. Cette attention est un élément essentiel pour les apprentissages de l'élève. Enfin les enfants aiment jouer et ils en ont besoin, ceci devrait suffire à l'envisager comme une situation de départ des apprentissages scolaires. D'autant que la société évolue et que les élèves d'aujourd'hui passent de très longues journées à l'école, ce qui réduit d'autant les moments de jeu. Il faut bien que d'une manière ou d'une autre nous en tenions compte sans pour autant faire de la classe une immense cour de récréation.

Le jeu a certes une place dans les apprentissages scolaires tout au long du cycle 2, il reste à s'interroger sur ce qui devra caractériser les situations de jeu à l'école et la place de l'enseignant dans ces situations, afin qu'alors le jeu permette aux élèves d'apprendre.

3 – Caractéristiques des jeux à l'école

Choisir de faire jouer les élèves n'est pas un acte anodin. La pratique pédagogique appelée « jeu » ne présente pas les critères de liberté et de gratuité qui définissent le jeu. Parler de jeu à l'école, et plus particulièrement de jeux mathématiques, c'est évoquer des situations de jeux avec règles à travers lesquels l'enseignant vise le développement de connaissances et de compétences mathématiques.

G. Brougère[7] a défini cinq critères qui permettent d'analyser les situations dites ludiques ou de jeu (annexe 1). La présence d'un seul de ces critères suffit à parler, pour une situation donnée, de situation de jeu. Les jeux mathématiques à l'école répondent à au moins un des critères définis : la présence d'une règle. On peut considérer que les jeux proposés dans les classes répondent au critère de frivolité. Il présente un caractère de frivolité puisque réussite ou échec au cours du jeu sont sans conséquence, en situation de jeu l'erreur est possible et sans incidence. En proposant des jeux mathématiques où l'élève pourra jouer différents rôles, dont celui d'observateur, on respecte aussi le critère de décision défini par Brougère. Il est plus difficile de tenir compte des critères de second degré et d'incertitude définis par Brougère, quand on propose aux élèves des jeux mathématiques.

Afin que le jeu didactique fonctionne, l'enseignant doit s'assurer de l'adhésion de tous les élèves. Cela est rendu possible par des jeux où il est possible de jouer des rôles différents et de changer de rôle au cours du jeu (joueur, observateur, secrétaire). Cette adhésion obtenue, l'enseignant doit adopter une attitude de réserve afin que les élèves jouent librement. L'enseignant a alors plus un rôle d'observateur, laissant autant que possible les élèves résoudre les problèmes au fur et à mesure. Il est éventuellement un médiateur quand cela s'avère nécessaire.

Faire le choix du jeu en pédagogie, c'est adopter une pédagogie non-directive. Le rôle formateur du jeu est renforcé lorsque la dynamique et l'initiative de l'élève importent autant que celles de l'adulte. L'élève est alors acteur de son apprentissage, l'adulte un observateur ou un médiateur. Les jeux en classe doivent avoir un avant et un après, comme l'écrit C. Barthélémy-Ruiz[8] « il faut savoir que le jeu pédagogique est précédé d'un avant-jeu et suivi d'un après-jeu ».

---

[7] Parlons-nous vraiment de la même chose ?, Brougère G., Cahiers pédagogiques n°448,

[8] Conseils pour marier l'eau et le feu, Barthélémy-Ruiz C., Cahiers pédagogiques n° 448.

« L’avant-jeu » permet de présenter la situation aux élèves, d’en expliquer les règles et d’en définir le but. Il est important, pour qu’il n’y ait pas méprise, que l’enseignant précise alors à ses élèves que le travail proposé est un jeu qui va permettre d’apprendre. Le jeu en situation d’apprentissage est en effet un moyen pour atteindre un objectif. Afin que le jeu soit un moyen pour apprendre il faut que l’enseignant permette à l’élève un transfert entre la situation de jeu et la situation d’apprentissage. Il est donc important qu’après le jeu les élèves échangent sur ce qu’ils ont fait, quand ils ont joué. De ce moment de langage émergent les problèmes rencontrés, les solutions apportées et les stratégies qui ont pu être utilisées en cours de jeu. C’est ce qui permet l’apprentissage.

Les jeux à l’école doivent être des jeux suffisamment riches pour permettre des découvertes, l’émergence de stratégies ou de situations problèmes.

Les jeux, et en particulier les jeux mathématiques, sont des possibilités de manipulations pour l’élève. Manipulations auxquelles il pourra faire appel comme mémoire pour résoudre un problème. La richesse des situations que les jeux suggèrent, la motivation que le jeu génère chez les élèves ont orienté mon travail en classe, dans le domaine des mathématiques où le concret est un précédent nécessaire à l’abstraction.

IV - L'expérimentation

1 – Ce que proposent les manuels

De nombreux jeux sont proposés en maternelle en cohérence avec les programmes qui précisent que les fonctions cardinale et ordinale du nombre doivent être découvertes par les élèves, dans des situations où elles ont un sens pour eux. Les jeux sont une de ces situations.

L. Champdavoine[9] propose pour ce niveau de nombreux jeux de hasard dont les jeux de dés, qui visent la reconnaissance des six premières constellations. Ces jeux sont parfois associés à des cartes de 1 à 6. De nombreux jeux de déplacement sur une piste permettent à la fois d'envisager le nombre dans ses fonctions ordinale et cardinale. Des jeux dont celui appelé « fermer la boîte » ont pour but de travailler l'aspect cardinal du nombre et de commencer à faire de petits calculs.

Le point de vue dans Ermel est que l'enfant construit le concept de nombre en l'utilisant. Les activités proposées aux élèves de cycle II et de maternelle en particulier, visent à faire utiliser les nombres par les élèves dans leurs deux fonctions comme mémoire d'une quantité et comme possibilité d'anticiper le résultat d'une action.

Les jeux que proposent les ouvrages Ermel, tout au long du cycle II, sont le point de départ d'un apprentissage ou de nouvelles situations-problèmes.

Dans « Apprentissages numériques et résolutions de problèmes, GS, cycle II » de nombreux jeux de dés sont proposés afin de permettre le dénombrement et la reconnaissance globale des six premiers nombres. Une adaptation du jeu de l'oie, dont le nombre de cases est réduit à trente est proposée afin de permettre aux élèves la reconnaissance de l'écriture chiffrée des nombres.

Afin de travailler la comparaison des nombres, Ermel propose d'utiliser les jeux de cartes, en particulier ceux de « la bataille » et du « Pouilleux ». Ces deux jeux se jouent avec les cartes un à six d'un jeu de cinquante-deux cartes, pour la bataille, et les cartes un à huit, pour le « Pouilleux » ainsi qu'une carte neuf qui est « le pouilleux ». Ce sont des jeux de comparaison puisqu'il s'agit pour la « bataille » de poser une carte à tour de rôle, la carte la plus forte permettant de gagner le pli, pour le « pouilleux » d'associer des cartes de même cardinal, le perdant est celui qui a la carte neuf à la fin. La comparaison se fait d'un point de vue ordinal par lecture des nombres sur les cartes ou cardinal par comptage des dessins des couleurs (trèfle, cœur..). Les jeux « des boîtes empilées» ou « des boîtes alignées» (annexe 2.1) permettent quant à eux une comparaison cardinale des nombres.

[9] Les mathématiques par les jeux grande section et CP, (1986)

Enfin des jeux pour anticiper sont proposés comme « Le jeu des graines » ou « Le jeu des colliers ». Dans ce dernier il s'agit de faire le collier le plus long possible en se déplaçant sur une piste, on gagne des perles lorsque le pion tombe sur une case dizaines.

Dans les manuels de CP et de CE1, les jeux se font plus rares mais dans Ermel on continue de proposer une entrée par le jeu, reprenant en CP certains des jeux déjà proposés en GS. Certains jeux de dés présentent des variantes (le nombre de dés, dés avec des écritures chiffrées, utilisation de jetons pour faciliter la comparaison des nombres, nombre de lancers des dés).

Les jeux de déplacement sur la piste sont utilisés pour consolider la compréhension du calcul additif et donner du sens à l'écriture soustractive. En CP, le nombre de cases est plus important qu'en GS et le dé est bicolore pour introduire la notion de soustraction. Le jeu est d'abord libre puis l'élève doit prévoir sa case d'arrivée et l'écrire. De nombreux exercices oraux sans le support de la piste sont ensuite proposés pour entraîner les élèves. La piste est alors présente comme moyen de vérifier ce qui a été prévu.

Le calcul est entraîné par des jeux comme « Le nombre cible » où il s'agit d'additionner des nombres pour obtenir le nombre cible affiché ; « Les marelles » où les élèves doivent en lançant un petit objet sur une marelle obtenir le plus de points possibles en trois lancers ; mais aussi « Le jeu du mini-yam ». Des jeux de cartes entraînent la mémorisation du répertoire additif comme le jeu du « recto-verso » qui consiste à donner le résultat d'un calcul écrit au verso d'une carte (annexe 2.2). Un jeu de loto adapté, où les cartes portent des calculs additifs ou soustractifs, permet aussi d'entraîner le calcul. Ces jeux sont repris avec des nombres plus grands en CE1.

Dans « J'apprends les maths au CP», Brissiaud envisage le jeu comme une activité d'entraînement, la phase de jeu a lieu en fin d'apprentissage pour renforcer le savoir. L'élève s'entraîne au calcul à travers la pratique de jeux comme « La bataille », « le pouilleux ». Sur les cartes utilisées les six premiers nombres sont écrits sous différentes formes : écriture chiffrée, écriture additive. Les « Mémomoins » ou « Mémoplus » sont des adaptations du jeu de recto verso, il s'agit d'associer deux cartes, un calcul et son résultat. Dans le jeu de dominos proposé, les constellations sont remplacées par des écritures additives ou soustractives. Les jeux de piste sont utilisés pour travailler les compléments à la dizaine. Des jeux font travailler les groupements par cinq ou dix, essentiels au calcul selon Brissiaud. On trouve « La course à cinq » et « La course à dix ». Ces jeux consistent pour les joueurs à arriver le plus vite à gagner cinq ou dix jetons en lançant un dé. Enfin pour associer la numération orale et écrite « Le jeu du nombre masqué » dans un quadrillage de cent cases. Ce jeu permet de réinvestir les connaissances sur les nombres sous la forme d'un jeu de portrait et de loto.

Dans Euromaths CP et CE1, comme dans Ermel, le jeu est un point de départ d'activité, c'est le plus souvent une situation de découverte. De nombreux jeux sont identiques à ceux proposés par Ermel comme les jeux de dés ou les jeux de déplacements sur la piste. La découverte de la numération décimale se fait à travers le « jeu du casino » puis du « Casinobis » (annexe 3.1). Il s'agit pour les élèves de gagner et d'échanger des plaques en lançant un dé, puis deux dés. Ce jeu permet la comparaison de collections qui ne sont pas équivalentes en raison de la présence de carrés valant un point et de plaques valant dix points. Dans la variante appelée « Casinobis » les plus grandes plaques ne sont plus quadrillées mais portent la mention 10, le comptage est alors rendu plus complexe.

Le jeu de la cible, déjà cité dans Ermel, est repris sous le nom de « Compte est bon ». Ces jeux présentés au CP sont plus complexes au CE1 avec notamment des nombres plus grands. Un jeu est proposé au CE1 seulement, celui des quadrillages colorés qui permet de résoudre des problèmes d'additions réitérées et d'introduire la multiplication.

Si l'on retrouve d'un niveau à l'autre, d'une méthode à une autre de nombreux jeux, ils sont souvent aménagés dans le but d'atteindre une compétence particulière. Une variable importante est le moment où le jeu est présenté, en fin ou en début d'apprentissage, il est là soit pour renforcer une notion soit pour la faire émerger et lui donner du sens.

2 – Évaluation des élèves

Dés les premières semaines, j'évalue les élèves sur leur connaissance des nombres. Ces évaluations portent sur quatre points : la stabilité de la suite numérique, la maîtrise du dénombrement, la constitution d'une collection, la lecture des nombres de 1 à 20.

Les résultats de ces évaluations individuelles menées sur plusieurs jours montrent de grandes différences entre les élèves. Pour 10% des élèves la suite est stable jusqu'à 12, pour tous les autres elle l'est jusqu'à 29 au moins et au-delà, 20% d'entre eux jusqu'à 69, 25% des élèves ont une suite stable jusqu'à 100.

Si 80% des élèves maîtrisent le dénombrement, 20% montrent une mauvaise synchronisation du geste et de la récitation de la comptine. 85% des élèves sont capables de constituer une collection dont le nombre est adapté au leurs compétences numériques, ce nombre ne dépasse pas 20. Les élèves qui ont eu des difficultés ont continué de compter après le nombre demandé.

Enfin 5% des élèves ne lisent que les six premiers nombres, tous les autres parviennent à lire les douze premiers et 40% lisent tous les nombres jusqu'à 20.

Afin d'accroître la connaissance de la suite orale de chacun, je propose dès les premiers jours, le « jeu du furet ». Le jeu consiste à dire, collectivement, la suite numérique le plus loin possible, à partir de 1 ou d'un nombre inférieur à 10. Cette activité d'entraînement est menée au cours des cinq périodes de l'année avec des difficultés croissantes (annexe 4). À partir du mois de janvier, les élèves comptent de deux en deux à partir de 0 ou de 1, dès le mois de mars, ils comptent de un en un à partir de 10, puis de cinquante. Cela leur permet de se familiariser avec le passage des dizaines. Enfin au cours de la dernière période, les élèves ayant acquis une meilleure connaissance de la suite orale, comptent de dix en dix ou de cinq en cinq en commençant d'abord à 0 puis à partir d'un nombre quelconque.

Au cours des cinq périodes, les élèves s'entraînent aussi à décompter. Le point de départ du décompte est fonction de la maîtrise de la suite orale. Au début de l'année il se fait à partir d'un nombre inférieur à vingt, puis d'un nombre compris entre vingt et trente dès octobre, dès la quatrième période le décompte se fait à partir de quarante-neuf puis soixante-neuf. Enfin lors de la dernière période c'est un décompte de dix en dix auquel les élèves s'entraînent. C'est une activité d'entraînement, qui sous la forme de jeu collectif dédramatise les erreurs et les différences entre les élèves. Ce renforcement de la suite numérique est nécessaire aux capacités de dénombrement. Deux élèves ont encore des difficultés pour dénombrer en fin de première période. Cette connaissance de la suite numérique est menée en parallèle à des activités de dénombrement.

3 – Le jeu pour structurer la suite des nombres

Les activités de dénombrement sont proposées dès les premières semaines dans la classe de CP. Afin que les élèves fassent le lien entre le nombre et son écriture chiffrée, je leur propose un « jeu de dés ». La première étape consiste en la lecture et l'appropriation de la règle (annexe 3.3). Je précise aux élèves que ce jeu va leur permettre d'apprendre quelque chose sur les nombres.

Le jeu se déroule en deux étapes, à plusieurs jours d'intervalle. La première étape se déroule en trois phases, d'abord une phase de jeu libre avec un élève observateur qui veille au bon déroulement de la partie. Lors de la seconde phase, les élèves jouent et remplissent une feuille de jeu. À la fin de la partie, dans chaque équipe, les résultats sont rangés du plus grand au plus petit. La mise en commun des résultats est l'occasion d'échanges entre les élèves sur le moyen de comparer des nombres. Ces derniers correspondent à la partie stable de la suite numérique pour chaque élève. Une dernière phase est une phase de jeu à deux avec une feuille de jeu qui rend compte de la partie.

Lors de l’échange qui succède au jeu, les élèves évoquent leur stratégie pour dénombrer les points du dé et comparer les nombres. Pour les trois premières constellations, les élèves ne parlent pas de comptage mais de reconnaissance. Pour plus de la moitié des élèves, les constellations 4, 5 et 6 sont aussi reconnues globalement sans qu’il y ait recours au dénombrement. Un quart des élèves dénombrent les constellations 5 et 6. Pour comparer, les élèves utilisent la suite orale des nombres ou la bande numérique: « 8 c’est plus que 6, car quand on compte on dit 6, 7, et 8 » ou « 8 c’est plus que 6 parce que sur la bande 8 est plus loin que 6 ».

Après ces temps de jeu et d’échange, les élèves réinvestissent leurs connaissances dans des exercices d’entraînement à la reconnaissance de constellations de dés et à la comparaison de collections et de nombres.

Le jeu est repris lors d’une seconde étape, à la période suivante, la règle est simplement rappelée. Les élèves jouent par groupe de quatre avec un dé, ils remplissent une feuille de jeux, la variante est l’absence des jetons pour cette phase du jeu. Les feuilles de jeu sont vérifiées par une autre équipe puis les gagnants proclamés. Le résultat est justifié par comparaison des nombres à l’aide de la bande numérique. Tous les résultats des élèves sont ensuite rangés dans l’ordre du plus grand au plus petit.

Sur les feuilles de jeu, on remarque que les élèves n’ont pas représenté les constellations du dé mais qu’ils ont écrit le nombre correspondant (annexe 5). Des erreurs apparaissent dans le décompte des points; elles sont corrigées lors de la mise en commun avec échange des stratégies: comptage sur les doigts, surcomptage, utilisation de la bande, aucun élève ne propose le dessin des constellations du dé. Dans les exercices qui sont proposés à la suite de cette phase de jeu, les nombres sont étudiés pour eux-mêmes, ils doivent être rangés et comparés en l’absence de dé ou de collection de jetons disponibles. Les élèves apprennent la symbolique des signes > et < . Les élèves étant très familiarisés avec ce jeu, il est utilisé comme support pour la résolution de problèmes de comparaison de nombres et pour trouver des décompositions additives de nombres inférieurs ou égaux à dix. C’est une simulation mentale qui est demandée aux élèves dans ces activités.

Si les élèves identifient facilement le plus petit ou le plus grand de deux nombres dans un champ numérique compris entre un et quinze, ils utilisent difficilement les deux signes < et > au cours de la deuxième période de l’année (novembre, décembre) ; de plus, 20% d’entre eux ont des difficultés à ranger dans l’ordre décroissant une série de six nombres. Si les élèves, avec le support des faces des dés, trouvent aisément une décomposition de dix, certains utilisent une constellation qui comporte plus de six points : 9 + 1 ou 8 + 2. Un retour à la manipulation des dés permet la correction des erreurs.

Afin d’entraîner les élèves à la comparaison des nombres, je leur propose le « jeu de bataille » (annexe 3.4), en fin de deuxième période. Le champ numérique connu s’est étendu, les élèves ont une connaissance stable de la suite numérique jusqu’à 49, 20% d’entre eux l’ont stabilisée jusqu’à 39 seulement. Les élèves disposent d’un jeu de cartes portant les numéros de 1 à 25. Dans un premier temps deux élèves jouent face à la classe puis des parties avec deux ou trois élèves sont organisées. Après plusieurs parties, une mise en commun permet aux élèves d’échanger leur stratégie de comparaison des nombres. Une grande majorité des élèves utilise la bande numérique pour comparer deux nombres.

Je leur propose de désigner le gagnant dans un pli avec les cartes 8 et 14, leur réponse est immédiate : « C’est celui qui a 14 qui a gagné», je leur demande alors comment ils ont fait pour aller si vite, c’est l’occasion pour un élève d’expliquer que les nombres d’un chiffre sont plus petits que les nombres avec deux chiffres, alors « c’est facile ». Je leur propose ensuite un pli avec les cartes 21 et 17 et j’interroge l’élève qui a levé la main le plus rapidement, alors que certains sont encore en train de chercher la réponse. La réponse exacte, 21, est justifiée avec appui sur la bande. L’élève explique sa stratégie en disant : « 21 commence par un deux alors il est plus grand que 17 qui commence par un ». Après reformulation de la stratégie, je propose le même travail avec les nombres 24 et 19, les élèves doivent écrire leur réponse sur l’ardoise. Certains répondent très rapidement, d’autres cherchent sur la bande affichée au-dessus du tableau. Deux justifications sont proposées. Pour les plus rapides, elle s’appuie sur le système décimal, pour les autres sur la bande numérique. Un élève rappelle que pour comparer rapidement les nombres, on regarde le premier nombre. Le pli avec les cartes 15 et 18 permet aux élèves de dire que là « c’est 15 le plus petit parce qu’il se termine par un 5 et que 5 est inférieur à 8 », il faut donc regarder le deuxième chiffre. Quelques élèves prennent appui sur la bande ou la suite orale pour répondre. Avant que les élèves s’exercent à comparer des nombres à travers des exercices, les stratégies qu’ils peuvent utiliser sans avoir recours à la bande numérique sont rappelées par un élève : les nombres à un chiffre sont plus petits que les nombres à deux chiffres ; les nombres qui commencent par un sont plus petits que ceux qui commencent par deux ; quand les nombres commencent par le même chiffre il faut regarder le deuxième, le plus petit est celui qui se termine par le plus petit.

Le jeu de bataille est proposé en dernière période avec des cartes portant sur le champ numérique de 60 à 99. Les élèves ont alors augmenté leur connaissance de la suite numérique, ils ont aussi découvert le système décimal. Les élèves ont, en effet, pratiqué le jeu du « casino » et du « casinobis » et donc comparé des collections dont les éléments n’avaient pas la même valeur. Ils ont découvert à travers ces jeux que dans un nombre de deux chiffres l’un représentait des paquets de dix et le second des unités.

Le jeu de bataille, qui s'appuie sur la structuration des nombres, permet à la fois de renforcer les concepts ordinal et cardinal du nombre, mais aussi sa décomposition en dizaines et unités que les élèves découvrent à travers d'autres situations de jeu.

4 – Le jeu pour découvrir le système décimal

Au cours de la troisième période, quand la suite orale est stable jusqu'à 69 pour la majorité des élèves, je propose un jeu permettant de découvrir le système décimal le jeu du « Casino » (annexe 3.1). La lecture de la règle du jeu est un moment important, il s'agit en effet à ce moment-là de bien faire comprendre aux élèves la nécessité de réaliser des échanges selon la règle « 10 carrés unités contre 1 plaque de 10 carrés unités».

Les élèves peuvent choisir d'être joueur ou croupier. Le croupier veille au bon déroulement du jeu, il est celui qui donne les plaques au joueur. À la fin de la partie, lorsque chaque joueur a dessiné les plaques qu'il a obtenues, le gagnant est désigné dans chaque équipe, c'est celui qui a le plus grand nombre de points. Lors de la mise en commun, les résultats de chaque équipe sont affichés et le gagnant de chaque équipe annoncé. Les justifications données par les élèves concernant la désignation du gagnant se font d'un point de vue ordinal, par appui sur la piste ou le comptage, d'un point de vue cardinal par comparaison des collections. Enfin certains justifient le résultat par appui sur le système décimal. En effet le décompte des points met en évidence le fait, comme le précise un élève que « 2 plaques de dix et 3 carrés c'est 10 + 10 ça fait 20 et encore 3 cela fait 21, 22, 23 ». Les élèves concluent qu'une plaque de dix c'est dix, deux plaques c'est vingt et trois plaques de dix c'est trente. La comparaison des résultats est un rappel de stratégies évoquées dans d'autres activités de comparaison des nombres, à savoir qu'un nombre commençant par un 2 est plus grand qu'un nombre commençant par un 1.

La mise en commun permet aux élèves, qui n'avaient pas fait les échanges « 10 plaques unités contre 1 plaque de 10 », d'en faire le constat et de réaliser l'échange.

Un groupe propose affiche ses résultats (annexe 6). Je propose de classer ces résultats du plus grand au plus petit. Les élèves proposent d'abord 26 puis 14 et 15. Un élève justifie l'ordre par la présence de deux plaques de dix dans la première collection. Enfin qu'avec cinq petits carrés la troisième collection compte plus de points que la collection qui n'en a que quatre. Les élèves écrivent alors le score de chaque élève sur leur ardoise. Les stratégies utilisées lors de ce décompte des points sont : le dénombrement un par un pour près de la moitié des élèves, le décompte avec appui sur 10 pour l'autre moitié « on a 10 puis 11, 12, 13, 14, 15 » enfin le calcul est utilisé par deux élèves : « 10 + 10 = 20 et encore 6 ça fait 21, 22, 23, 24, 25, 26 ».

Après cette première phase de jeu, de nombreux exercices sont proposés aux élèves visant à leur faire compter une collection de plaques, d'autre part à comparer des collections dont tous les éléments n'ont pas la même valeur, les carrés de un point et les plaques de dix points. Si certains utilisent le surcomptage à partir de 10, quelques élèves en revanche recomptent les points un par un. Aucun élève n'utilise le calcul dans les exercices. Ce passage par le calcul est l'objet d'une deuxième étape, dans laquelle le jeu du casino sert de représentation mentale. Les élèves doivent dénombrer une collection, faire correspondre à une collection un nombre, l'écriture additive correspondante, comparer enfin des collections. Les élèves doivent, en dernier lieu, trouver le résultat de calculs additifs.

Les calculs proposés ensuite du type : 10 + 10 + 9 sont réussis par 75% des élèves environ, les erreurs sont le fait d'élèves repassant par le comptage un à un avec appui sur les doigts. Pour les calculs du type 1 + 10 + 10 les élèves utilisent la commutativité de l'addition, déjà utilisée lors du jeu de bataille. En revanche, quand il s'agit de trouver le résultat de 18 = 10 + …. , les élèves, surpris par la forme du calcul proposé, se trompent et écrivent 28 montrant, néanmoins leur capacité à calculer mais leur incapacité à comprendre le signe égal. Je reprends donc l'opération en précisant que pour « 18 = 10 + …. », on peut se représenter 18 avec le matériel du jeu, les élèves dessinent sur leur ardoise une plaque de dix et huit carrés, on en conclut que : « 18 c'est 10 et 8 », je leur montre donc que l'on peut écrire cela sous la forme « 18 = 10 + 8 », et je leur propose de décomposer de la même manière 16, 15 et 24.

Une nouvelle étape du jeu consiste à faire correspondre le score obtenu au jeu à un numéro sur la piste. L'enjeu étant de faire le lien entre aspect cardinal et ordinal du nombre. Cet exercice est réussi sans difficulté, les élèves avaient en effet compté les points et pas seulement fait le dessin des plaques obtenues. À ce moment, les élèves voient et disent que 2 paquets de 10 c'est 20, que 3 paquets de 10 c'est 30. Un élève résume en précisant : « quand on est dans les 20, les nombres commencent par un 2 et on a toujours 2 plaques de dix. ». Je demande alors ce qui se passe pour les nombres de la famille des trente. Un élève reprend la formulation précédente en l'adaptant « Les trente commencent par un trois et il y a toujours trois plaques de 10 ». L'échange est l'occasion de s'interroger sur les nombres plus grands : « Combien de plaques de dix dans 45 ? », les élèves répondent sans difficulté qu'il y en a 4. D'autres nombres sont ainsi proposés. Jusqu'à 69 les élèves répondent sans difficulté, au-delà quelques rares élèves sont capables de donner une bonne réponse. Ces élèves ont une connaissance plus étendue de la suite orale et écrite.

Le jeu est réalisé une dernière fois par les élèves, au cours de la quatrième période, avec deux adaptations : deux dés au lieu d'un, des grandes plaques qui portent la mention « 10 » et « dix » (au lieu du dessin des 10 carrés). Le décompte des points avec appui sur dix est favorisé, compter de un en un n’est plus possible, le calcul apparait alors comme un moyen rapide et efficace de calculer le score. Le lien entre les deux fonctions du nombre, ordinale et cardinale, est rendu possible par le placement des différents scores dans le tableau des nombres, présenté quelques jours auparavant aux élèves pour travailler l’aspect ordinal des nombres de 0 à 99. Cette dernière étape est celle qui va permettre aux élèves de faire le lien entre écriture chiffrée des nombres et la quantité qu’il représente sous forme de paquets de dix et d’unités. Cela est favorisé par des activités d’entraînement comme le « jeu de la boîte ». À partir d’une mise d’une à quatre plaques valant 10, les élèves doivent trouver combien il y a de points dans la boîte lorsque j’ajoute une à deux plaques valant 10 points. Les résultats écrits sur l’ardoise sont vérifiés par un élève qui vient compter les points mis dans la boîte.

Les mises en commun sont essentielles à ce jeu. Elles permettent de faire émerger les stratégies et de les améliorer. C’est l’occasion pour les élèves qui ont alors une connaissance de la suite orale et chiffrée, jusqu’à soixante-neuf, de faire le lien entre écriture du nombre et les dizaines et unités représentées par les chiffres de celui-ci. Dans le même temps, il exerce ses premières compétences de calcul à travers de nombreuses activités, en particulier, des situations de jeux.

5 – Le jeu pour développer des compétences de calcul

Au cours du cycle 2, les élèves devront abandonner les procédures de comptage qui leur permettent de trouver le résultat de certains calculs, au profit de procédures de calculs numériques. Cela est rendu possible grâce aux connaissances acquises en numération, à la mémorisation de certains résultats et à la pratique du calcul réfléchi. Afin d’aider les élèves dans cet apprentissage que les jeux de dés avaient commencé à mettre en place, je leur propose un jeu de cartes le « Recto verso ». Le jeu est constitué de cartes présentant au recto un calcul additif de deux nombres inférieurs à dix, au verso le résultat de ce calcul. Le signe + étant apparu à la suite des jeux de dés, pour symboliser le résultat d’une action (deux lancers consécutifs du dé), il ne présente aucune difficulté pour les élèves. Ce jeu constitue un entraînement au calcul additif sans support de matériel (jetons, pions). Au cours du jeu, les élèves, bien qu’adversaires, s’entraident. Ainsi un élève apprend à son camarade que « pour calculer 3 + 9, tu mets 9 dans ta tête et après (il montre trois doigts) tu continues de compter 10, 11, 12. »

Un autre montre, à son camarade, 6 + 2 en utilisant ses doigts, ils comptent ensemble. Cette situation de jeu libre lève les inhibitions des élèves. Très impliqués, dans leur jeu, les élèves collaborent et échangent leurs stratégies (mémorisation du premier nombre, support des doigts).

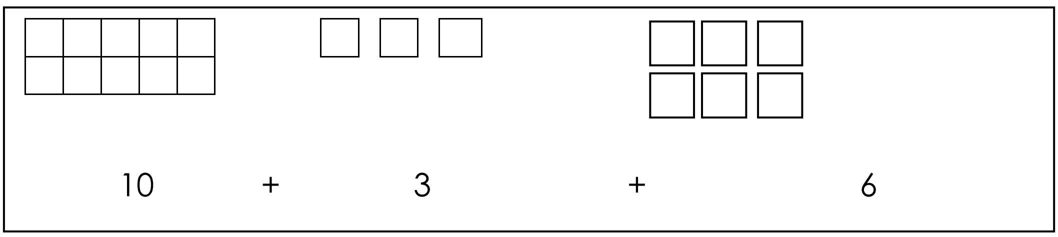
Lors de la mise en commun, les stratégies évoquées par les élèves sont ce comptage sur les doigts ou le surcomptage à partir du plus grand nombre. Les élèves trouvent aussi le résultat grâce à la mémorisation (comme celles des doubles déjà vus lors des jeux de dés) ou les résultats des calculs dont les deux nombres sont inférieurs à cinq (par exemple : 3 + 2, 4 + 1). Au cours du jeu les élèves utilisent la commutativité de l'addition pour des calculs du type : 4 + 8. Le comptage est facilité.

Deux élèves, présentant encore des difficultés à réaliser des calculs, ont la possibilité d'utiliser des jetons. Pour effectuer le calcul : 8 + 5, ils placent huit pions dans une boîte qu'ils ferment puis les cinq autres pions à côté de la boîte. Leur travail consiste alors à mémoriser d'une part la première mise de huit puis à surcompter de cinq à partir de ce nombre. Lorsque le premier nombre est plus petit que le second, je les incite à effectuer le calcul en commençant par le plus grand nombre. Petit à petit un des deux élèves abandonnent la première mise et utilise ses doigts pour surcompter.

Après plusieurs parties, entre des partenaires différents, une mise en commun est organisée, elle a pour but de faire verbaliser les stratégies. Un échange s'instaure entre les élèves, les élèves sont très fiers d'annoncer que parfois ils ont donné le résultat parce qu'ils le connaissaient. C'est l'occasion de faire un inventaire des résultats déjà mémorisés : les doubles sont les premiers cités, viennent ensuite les calculs dont les résultats sont inférieurs à cinq, quelques élèves citent aussi : 6 + 4, 9 + 1, 8 + 2 et 7 + 3. Quelques jours plus tard, le jeu est présenté à nouveau avec des calculs additifs dont l'un des termes est plus grand que dix. Il est plus difficile alors d'avoir recours aux doigts, mais certains élèves continuent d'utiliser cette technique. Les élèves ont, dans cette phase de jeu, plus facilement recours à la commutativité de l'addition. Quelques élèves exécutent les calculs à l'aide de la bande numérique.

Les élèves échangent, ensuite, leurs stratégies de calcul qui consistent en un comptage sur les doigts, ou sur la bande numérique. Un élève explique une nouvelle stratégie : « pour calculer 13 + 6, j'ai fait d'abord fait 6 + 3, ça fait 9 et 10 + 9 = 19 ». Pour justifier ses propos il fait référence au jeu du casino : « 10 + 9 c'est comme 1 plaque de dix et 9 carrés et ça fait 19 ». Afin que chaque élève comprenne la décomposition recomposition utilisée dans ce cas, je leur demande de représenter 13 avec les plaques du casino, je les dessine au tableau, puis de dessiner encore 6 carrés.

On a alors : 13 + 6



Une nouvelle partie est organisée afin que chacun puisse s'entraîner avec d'autres stratégies, plus particulièrement celle du calcul. Ce jeu est repris ensuite comme mise en route d'activités mathématiques.

Les capacités de calcul sont, en outre, entraînées à travers deux autres jeux, le « jeu de piste » et le « compte est bon » (annexe 7). Ces deux jeux servent de point de départ à des situations problèmes. Ils sont proposés au cours de la troisième période (janvier, février). Avant cela, les élèves ont été entraînés au calcul réfléchi grâce au jeu de la « boîte ». Le « jeu de piste » comporte deux étapes. Dans la première étape le dé comporte les faces 1, 2, 3, 4, 5,6, dans la seconde étape il a les faces 12, 13, 14 et 2, 3, 4. Dans les deux cas le dé est bicolore. Selon la couleur de la face du dé, le pion avance ou recule sur la piste. Le point de départ du pion est la case douze.

La règle est présentée collectivement, une partie collective est organisée, la classe est divisée en cinq équipes de quatre à cinq joueurs. Après deux lancers de dé, je propose aux élèves de prévoir la case d'arrivée et d'écrire ce numéro sur leur ardoise. A chaque fois le résultat est validé par le déplacement sur la piste. Des erreurs sont dues au fait que les élèves comptent la case de départ. Ce point est expliqué à chaque fois. Quelques élèves trouvent la case d'arrivée en comptant sur leurs doigts. Dans une seconde phase les élèves jouent par équipe de trois. Dans une dernière phase, en plus du jeu, ils remplissent une feuille de jeu sur laquelle ils doivent traduire par une expression mathématique le déplacement du dé (annexe 8). L'utilisation des écritures additives ou soustractives reste difficile. Ce jeu et les problèmes qui en découlent : recherche de la case de départ, d'arrivée ou valeur du dé, permettent de faire le lien entre les fonctions ordinale (repérage des cases d'arrivée ou départ) et cardinale du nombre (points du dé et déplacement sur la piste). Les problèmes que les élèves ont le plus de difficultés à résoudre ensuite, sont ceux où ils doivent retrouver la valeur du dé. Les opérations à trous proposées en fin d'apprentissage sont celles qui montrent le plus grand taux d'échec. Nous les résolvons en prenant appui sur la piste, un élève vient alors réaliser le déplacement du pion sur la piste affichée au tableau.

Lors de la période suivante, le jeu est proposé dans une version rendue plus complexe par la valeur des faces du dé. Ce qui est visé alors est la capacité des élèves à utiliser 10 comme appui pour le calcul, cela est favorisé par le travail effectué au cours du jeu du « casino ».

Pour résoudre un problème du type :

Dans quelle case va se trouver mon pion si je pars de la case 18 et que le dé tombe sur la face 14 ?

Les élèves disent qu'ils avancent de dix puis de quatre. Le calcul correspondant est écrit : 18 + 14, pour son calcul deux stratégies expertes sont expliquées :

1) 14 c'est 10 + 4, on calcule d'abord 18 + 10 = 28, puis 28 + 4 = 32.

2) 18 c'est 10 + 8 et 14 c'est 10 + 4, alors on a deux 10 et 8 + 4, deux 10 ça fait 20 et 8 + 4 = 12. Il faut encore calculer 20 + 12, on commence par 20 + 10 =30 puis 30 + 2 = 32.

Pour que les stratégies de calcul soient de plus en plus expertes, des petits problèmes de ce type sont proposés aux élèves lors de la mise en route de séances de mathématiques des deux périodes suivantes. Chaque résultat est alors justifié, afin de favoriser l'accès aux stratégies expertes.

Grâce au jeu du « compte est bon », qui équivaut au jeu du « nombre cible » proposé par Ermel, les élèves entraînent leur capacité à calculer en additionnant deux, trois ou quatre nombres choisis parmi six afin d'atteindre ou d'approcher un nombre donné. L'utilisation de nombres inférieurs à dix avec un nombre cible compris entre 8 et 15 permet le recours au comptage sur les doigts ou l'utilisation de calculs mémorisés. Ce jeu fait travailler la mémoire et met en évidence le fait qu'un problème peut avoir plusieurs solutions. Le fait d'avoir la possibilité d'approcher le nombre cible minimise les difficultés rencontrées par les élèves. Le jeu par équipe le rend enthousiasmant. Cet enthousiasme incite les équipes à chercher plusieurs solutions au problème posé. La présence de jetons permet aux élèves, qui en ont besoin, de se représenter la situation et de manipuler. Pour atteindre un nombre cible supérieur à dix, les élèves utilisent les résultats mémorisés : 5 + 5, 8 + 2 ; 6 +4 ou les doubles quand c'est possible. Tous les élèves parviennent à un résultat, un élève utilise des jetons pour y parvenir. Ce jeu est repris en mise en route lors de nouvelles séances de mathématiques, lors des périodes suivantes.

Les calculs mémorisés sont l'objet d'un affichage dans la classe, il s'agit principalement des doubles inférieurs ou égal à dix, des calculs avec appui sur cinq (5 + 3 =8, 5 + 4 = 9 ...).

Les jeux ont permis aux élèves d'entrer avec plaisir dans une activité de calcul, évitant les appréhensions. Ils ont permis d'aider à construire la numération orale et chiffrée, le système décimal et à entraîner le calcul, sans que l'erreur soit mal vécue. L'échange des stratégies s'est fait à la fin du jeu mais aussi au cours du jeu. Elles ont fait l'objet d'un rappel chaque fois qu'une nouvelle situation (exercice, problèmes) faisait référence au jeu. De nouvelles phases de jeu ou la reprise du jeu en début d'autres activités mathématiques ont permis l'appropriation de stratégies expertes par le plus grand nombre. Néanmoins le jeu a aussi montré ses limites et nous allons les évoquer par la suite.

6 – Les limites

Les jeux mathématiques sont des points de départ très motivants pour les élèves. Ils favorisent l'entrée dans l'activité sans appréhension mais ne suffisent pas à l'apprentissage. Pour que celui-ci ait lieu, il est nécessaire que soit, au préalable préciser le but à atteindre. Chaque fois, il faut préciser aux élèves que le jeu va permettre d'apprendre, de faire une découverte ou même de s'entrainer. L'objectif se perd, au cours du jeu, l'enfant très impliqué dans le jeu n'est pas en mesure d'analyser ce qu'il est en train de faire, c'est la raison pour laquelle il faut un « après » au jeu et un « avant ».

Ce qui se passe, quand le jeu est fini, est primordial. À ce moment là, se fait et se joue l'apprentissage de chacun. Les différentes phases, dont la première est une phase d'échange, doivent permettre à chaque enfant d'apprendre. La phase d'échange permet à chacun de revenir sur ce qu'il a vécu, au cours du jeu, de se servir de la situation et de l'analyser. L'enseignant alors est celui qui interroge, tentant à travers des « pourquoi » et des « comment » de faire émerger les stratégies, ce que le jeu permet de savoir, d'apprendre ou d'entraîner. Cette phase d'échange est une phase très délicate en ce qu'elle n'est pas toujours utilisée par tous de la même façon. Certains élèves ont des difficultés à raconter comment ils ont fait, ou pourquoi ils ont choisi une stratégie plutôt qu'une autre. L'écoute entre les élèves est toujours un point délicat, la reformulation par l'enseignant presque toujours une nécessité. Ce moment demande beaucoup de temps et de patience, les résultats ne sont jamais immédiats. C'est la reformulation des stratégies, à d'autres moments lors de nouvelles activités, qui assure l'apprentissage par tous.

Pour que le jeu soit efficace, de nouvelles situations qui s'en inspirent doivent être proposées aux élèves. Si une grande majorité des élèves sont capables d'utiliser le jeu comme mémoire de la manipulation, d'autres, en revanche, ont besoin de revenir au jeu, d'agir de nouveau avec le matériel pour réussir et dans ce cas, le jeu n'a pas rempli son office.

Le jeu demande du temps pour sa mise en place, l'appropriation de la règle qui nécessite souvent une phase de démonstration face à la classe. Les difficultés rencontrées sont celles liées au temps d'une part, tant du fait du temps de jeu que du temps nécessaire à la phase orale permettant l'échange des stratégies et d'autre part, celles liées au transfert des compétences d'une situation de jeu à une situation mathématique plus abstraite. Si le jeu favorise et enrichit les échanges entre élèves, et incite au respect de la parole de chacun, c'est aussi là qu'est sa faiblesse. En effet, l'écoute des élèves entre eux est une compétence en cours d'acquisition au CP, elle est parfois très difficile pour certains et demande de nombreuses reformulations par les élèves ou la maîtresse et donc beaucoup de temps.

Le transfert de ce qui se passe dans le jeu vers les compétences mathématiques visées, nécessite, de la part des élèves, un retour et une analyse de ce qui s'est passé au cours du jeu. Cette mise en mots est difficile pour eux. Certains ne sont pas capables de dire comment ils ont joué, pourquoi et comment ils sont arrivés à la conclusion qu'ils proposent. Pour toute explication des stratégies de calcul, certains affirment : « J'ai fait dans ma tête » sans donner d'explication sur ce qui justement s'est passé. Cette capacité à préciser sa démarche est aussi un apport du jeu, et son entraînement dépasse très largement le cadre des mathématiques. Il demande du temps pour être tout à fait efficace.

Néanmoins, pour certains élèves, le jeu reste un monde à part, un monde fictif qui ne se transfert pas dans d'autres situations. Malgré le temps qu'il réclame, l'apprentissage à travers le jeu est un moyen d'atteindre des objectifs mathématiques mais aussi d'atteindre des compétences sociales.

V - Conclusion

Le jeu, toujours motivant pour les élèves, m'a semblé être un point de départ intéressant aux acquisitions concernant le nombre. Il répond au besoin de manipulations et offre un support pour l'abstraction. Utilisé en début d'apprentissage, il permet l'émergence de nouveaux problèmes dans lesquels il pourra être utilisé comme mémoire de la manipulation. En fin d'apprentissage, il permet l'entraînement.

La variété des situations permet de travailler les différentes fonctions du nombre tant cardinale qu'ordinale. À travers le jeu, l'élève manipule le nombre comme un outil de dénombrement, d'anticipation d'une action et il peut faire le lien entre la position d'un chiffre dans le nombre et sa valeur, découvrant ainsi le système décimal de notre numération. En cela les jeux mathématiques sont des moyens pour les élèves de construire le nombre.

Mais on l'a vu, le jeu ne suffit pas, si l'on se contentait de jouer en classe, les concepts nécessaires à la construction du nombre n'émergeraient pas. L'enfant, plongé dans l'activité de jeu, perd la conscience de ce qui est visé à travers lui, d'autant que cela ne lui est pas révélé a priori, même s'il sait que le jeu proposé va lui permettre d'apprendre.

C'est en réalité ce qui se passe après le jeu qui en fait sa richesse pédagogique, par les échanges qu'il suscite entre les élèves et par les situations problèmes qu'il permet de leur proposer.

Sans une mise en commun et une discussion après le jeu qui permet la formalisation, les jeux mathématiques ne viseraient que des apprentissages sociaux et civiques (jouer à son tour, respecter la règle) sans atteindre des compétences mathématiques. Le fait que les jeux mathématiques permettent de développer des compétences sociales en font un argument supplémentaire pour leur faire une place à l'école. Si le jeu est une manipulation, il n'est pas la seule possible, la richesse de l'enseignement et son efficacité tiennent à la richesse des situations qu'il offre. Il existe d'autres façons de créer les conditions d'un apprentissage où l'élève est acteur. On peut mettre du matériel à disposition des élèves (pions, jetons) pour favoriser les manipulations, ou placer l'élève face à une situation problème. Le nombre prend tout son sens dans de telles activités devant lesquels les élèves doivent être placés le plus tôt et le plus fréquemment possible.

Les jeux, comme toute situation, ont leurs limites, parmi elles celle du temps, car jouer en demande beaucoup : celui de l'appropriation de la règle, celui de la variabilité de la durée du jeu selon les joueurs, celui de l'après-jeu. Le temps nécessaire au jeu est ce qui fait hésiter à l'utiliser en classe. Or il me semble que les élèves découvrent, le plus souvent, les jeux de société à l'école, et à travers eux le respect des règles. Ce constat pose aussi la question de la place du jeu. Il ne faudrait pas en effet, que celui-ci ne soit plus que le point de départ d'un exercice, et c'est le risque que l'on court aussi à faire jouer les élèves à l'école.

À travers cette réflexion menée autour des jeux mathématiques et la construction du nombre, je pense que le jeu a sa place à l'école et plus largement dans la vie de nos élèves. Il est un moyen de motiver et d'aider les élèves dans la classe et en aide personnalisée.

Par ailleurs, la pédagogie par le jeu interroge l'enseignant sur son rôle. Il est, dans ce cas, un médiateur, un observateur.

Enfin, il me semble qu'en rendant les élèves actifs, le jeu fait appel à une intelligence des élèves parfois oubliée à l'école, l'intelligence kinesthésique. En favorisant les échanges, le jeu développe les intelligences interpersonnelle et intrapersonnelle des élèves. Dans le jeu les conditions émotionnelles nécessaires pour mieux apprendre sont réunies, les élèves motivés par le jeu acceptent de prendre des risques, ils ont confiance. C'est l'occasion de pouvoir être aidé, de se sentir en sécurité. Cette réflexion autour des jeux en mathématiques m'a montré leur richesse et leur bien fondé mais aussi les difficultés qu'il y a à mener les phases orales afin qu'elles soient un véritable moyen d'apprendre. Favoriser les échanges entre les élèves, est un domaine où beaucoup de choses restent à faire tant en mathématiques que dans les autres disciplines de l'école. Grâce à ses échanges et au respect qu'ils induisent les élèves entrent dans le métier d'élèves. Nous avons beaucoup à apprendre sur nous-mêmes en tant qu'enseignant et sur nos élèves, en réfléchissant à ce sujet.

Bibliographie

- Baruk S. (2003), **Comptes pour petits et grands**, volume 1, Magnard.
- Bideaud J., Lehalle H. et Vilette B. (2004), **La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant,** PUF
- Brissiaud R. (2003), **Comment les enfants apprennent à calculer ?**, Retz.
- Caillois R. (1992), **Des jeux et des hommes**, *Folio essais Gallimard.*
- Chamdavoine L. (1986), **Les mathématiques par les jeux grande section et CP**, Nathan.
- Fayol M. (1990), **L'enfant et le nombre du comptage à la résolution de problèmes**, Delachaux et Niestlé.
- Fénichel M. et Pfaf N. (2005), **Donner du sens aux mathématiques,** tome 2, Bordas.
- Ermel (2000), **Apprentissages numériques et résolutions de problèmes CP**, Hatier.
- Ermel (2005), **Apprentissages numériques et résolutions de problèmes GS**, Hatier.
- **Le jeu en classe**, Cahiers pédagogiques n°448, octobre 2006.
- Qu'apprend-on à l'école élémentaire, les nouveaux programmes 2002.
- Les programmes 2008.

Annexe 1

1 - Les cinq critères définissant des situations de jeux selon G. Brougère

1) critère de second degré : le jeu est fictif .

2) la présence d'une décision, celle de jouer ou de ne pas jouer par exemple.

3) La présence d'une règle du jeu.

4) Critère de frivolité, d'absence de conséquence du jeu pour la vie réelle.

5) L'incertitude : on ne connait pas le but quand on joue.

Annexe 2

Règles du jeu

1- Les boîtes alignées et les boîtes empilées (Ermel)

● Cinq boîtes sont posées côte à côte, chacune contient 1, 2, 3, 4 ou 5 pions. Un joueur lance son dé et prend une boîte qui contient un nombre de pions inférieur au nombre de points de dé. S'il n'y en a pas il passe sont tour. Le gagnant est celui qui a le plus de jetons, à la fin.

● Dans le jeu des boîtes empilées les boîtes sont empilées les unes sur les autres. Elles contiennent un nombre de jetons différent compris entre 1 et 5. Le joueur peut prendre la boîte qui se trouve sur le dessus si elle contient moins de pions que le nombre de points de son dé.

Le gagnant est celui qui a le plus de pions à la fin.

2 - Recto verso

● 2 joueurs, cartes avec au recto une écriture additive, au verso le résultat.

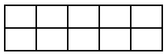
Les cartes sont étalées devant les deux élèves, écritures additives visibles. A tour de rôle un élève pointe une carte, l'autre doit donner la somme correspondante. La vérification se fait en retournant la carte. Si l'enfant a donné le nombre correct, il prend la carte, sinon il la replace comme était. Le gagnant est celui qui a le plus de cartes au bout du temps de jeu.

Annexe 3

1 - Règle du jeu du Casino

● 2 ou 3 joueurs, 1 croupier, 1 dé.

Chaque joueur lance le dé. Pour chaque point marqué il remporte une plaque valant un. Le joueur commande ses plaques au croupier. Puis il échange, quand c'est possible, 10 plaques contre une plaque valant 10 points, en utilisant la règle du dix contre un au cours de cet échange.

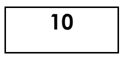
dix □ contre une 

Une partie se joue en 6 coups de dé. Le gagnant est celui qui marque le plus de points.

2 - Règle du jeu du Casinobis

● 2 ou 3 joueurs, 1 croupier, 2 dés.

Chaque joueur lance les dés. Pour chaque point marqué il remporte une plaque valant un. Le joueur commande ses plaques au croupier. Puis il échange, quand c'est possible, 10 plaques contre une plaque valant 10 points. Sur ces grandes plaques les 10 carrés ne sont plus dessinés, ils sont remplacés par dix écrit en chiffres et en lettres.

dix □ contre une 

Une partie se joue en 6 coups de dé. Le gagnant est celui qui marque le plus de points.

3 - Règle du jeu de dé

● 2, 3 ou 4 joueurs, 1 dé.

Chaque joueur lance le dé et obtient autant de jetons que de points marqués sur le dé. La partie se joue en 2 coups de dés. Le gagnant est celui qui a le plus de jetons.

4 - Règle du jeu de bataille

● 2 à 3 joueurs, 2 jeux de cartes nombres de 1 à 25.

Partager équitablement le jeu entre les joueurs. Chaque enfant pose une carte, celui qui a la carte avec le plus grand nombre ramasse le pli. Le gagnant est celui qui remporte toutes les cartes.

Annexe 4

1 - Programmation des jeux

Période 1	Période 2	Période 3	Période 4	Période 5
Jeu du furet (à partir de 1 ou d'un autre nombre ; décompte de 9, 12)	**Jeu du furet** (à partir de 1 ou d'un autre nombre; décompte à partir de 20< n< 30)	**Jeu du furet** (de 2 en 2; de 1 en 1 à partir de 10 ; décompte à partir de 20< n < 30)	**Jeu du furet** (à partir de 10, de 50 ou d'un autre nombre ; décompte à partir de 49, 69)	**Jeu du furet** (compter ou décompter de 5 en 5, 10 en 10 à partir de 10 ou d'une autre dizaine)
Jeu de dés **Jeu de la boîte**	**Jeu de dés** **Jeu de bataille** **Jeu de la boîte**	**Jeu du casino** **Jeu de piste** **Le compte est bon** **Recto-verso** **Jeu de la boîte**	**Jeu du casinobis** **Jeu de piste** **Jeu de la boîte**	**Jeu de bataille** **Jeu de la boîte**

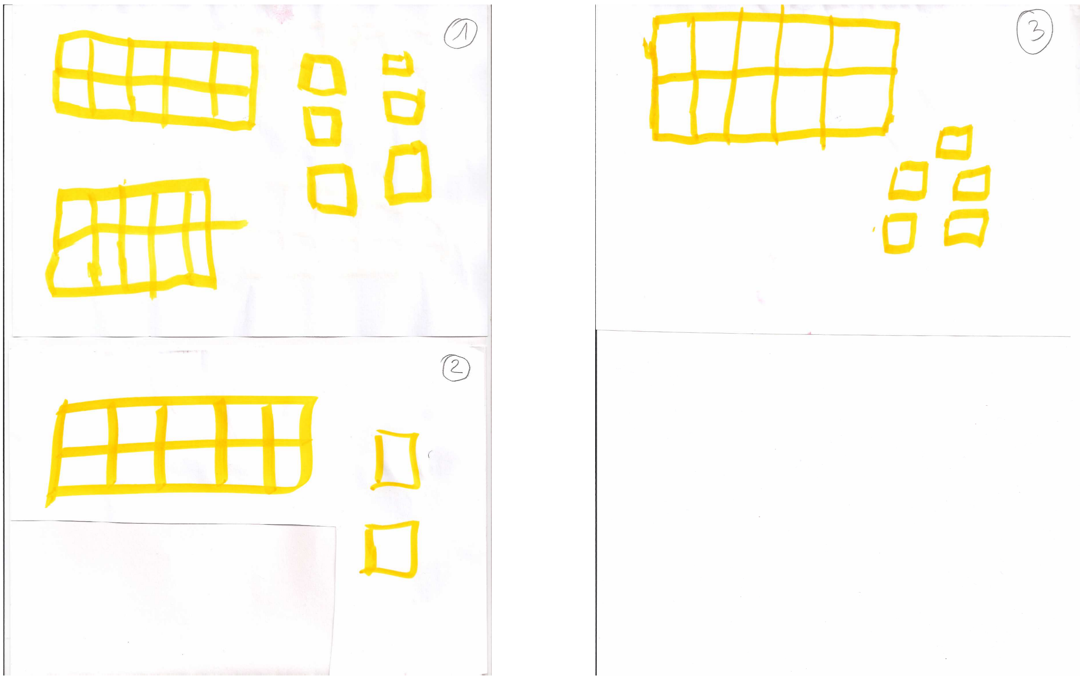
Annexe 5

Feuille de résultats du jeu de dés

Prénoms	Les faces du dé		Les jetons obtenus
	1er tirage	2ème tirage	
Anne-claire	5	2	7
Flavien	6	1	7
Tiétouan	5	2	7
cyril	1	2	3

Annexe 6

Résultats du jeu de Casino



Annexe 7

1 - Règle du compte est bon
● Un jeu de cartes nombres. Le maître choisit six cartes et un nombre cible. Le gagnant est celui qui approche le plus près possible le nombre cible en additionnant les nombres écrits sur trois cartes (ou sur deux ou sur quatre cartes).

2 - Règle du jeu de piste	**Règle du jeu de piste (2)**
● Un dé avec les nombres 4, 5, 6 sur les faces bleues, et les nombres 1, 2 et 3 sur les faces rouges. La case de départ est la case 12. Chaque joueur lance le dé. Lorsque le dé tombe sur une face bleue, le joueur avance son pion du nombre de cases indiqué par le dé. Lorsque le dé tombe sur une face rouge, le joueur recule son pion du nombre de cases indiqué par le dé. Le gagnant est celui qui arrive le premier au bout de la piste.	● Un dé avec les nombres 12, 13, 14 sur les faces bleues, et les nombres 3, 4 et 5 sur les faces rouges. La case de départ est la case 20. Chaque joueur lance le dé. Lorsque le dé tombe sur une face bleue, le joueur avance son pion du nombre de cases indiqué par le dé. Lorsque le dé tombe sur une face rouge, le joueur recule son pion du nombre de cases indiqué par le dé. Le gagnant est celui qui arrive le premier au bout de la piste.

Annexe 8

Feuille de résultat du jeu de Piste

12	Case de départ	Dé	Case d'arrivée	Ecriture mathématique
1	12	4	16	12 + 4 = 16
2	16	6	22	16 + 6 = 22
3	22	5	27	22 + 5 = 27
4	27	2	25	27 – 2 = 25
5	25	4	29	25 + 4 = 29
6	29	5	34	29 + 5 = 34

	Case de départ	Dé	Case d'arrivée	Ecriture mathématique
1	12	6	18	12 + 6 = 18
2	18	4	22	18 + 4 = 22
3	22	3	19	22 – 3 = 19
4	19	1	18	19 – 1 = 18
5	18	5	23	18 + 5 = 23
6	23			